Начав с геометрического представления свойств целых чисел, впоследствии убедились, что этот способ представления также легко применим, вообще, к непрерывным величинам; но это, вероятно, заметили лишь мало-помалу. Поэтому мы начнем прежде всего с рассмотрения геометрической арифметики греков, как с введения к их геометрической алгебре.

3. Геометрическая арифметика. В наших учебниках часто встречается геометрическое доказательство теоремы, „что произведение целых чисел не зависит от порядка сомножителей“ Для доказательства размещают единицы, или представляющие их точки, в виде прямоугольника; каждая горизонтальная строка содержит единицы множимого, число же строк равно множителю; заменив горизонтальные строки вертикальными, мы тем самым доказываем возможность обмена места сомножителями. Если вместо единиц мы возьмем маленькие квадраты со стороной, равной 1, то мы одновременно с этим докажем геометрическую теорему, что „площадь прямоугольника выражается произведением его сторон“; если же отказываются взять определенную единицу, то, предполагая, что стороны соизмеримы, получают теорему: „площади двух прямоугольников относятся между собой, как произведения их сторон“.

От этого геометрического способа представления происходит общеупотребительное у греков название *плоских чисел* для чисел, являющихся произведением двух сомножителей, т. е. образующих прямоугольную площадь, и употребляемое еще и ныне название *квадратных чисел*. Плоские числа называются *подобными*, когда их множители пропорциональны; в этом случае числа эти пропорциональны двум квадратным числам.

С помощью квадрата, изображающего некоторое квадратное число (n^2), можно получить следующее квадратное число [$(n+1)^2$], построив вдоль обеих сторон $2n$ новых квадратиков, затем еще один квадратик в получившемся входящем угле. Эта дополнительная фигура называется *гномоном*; гномоном же называется, вообще, всякая фигура, представляющая разность между двумя перспективно подобными фигурами, с угловой точкой в качестве центра подобия. В данном случае эта разность равна $2n+1$. Таким путем можно найти, что квадратные числа представляют суммы последовательных нечетных чисел; если же принять и $2n+1$ за квадратное число, то можно получить рациональные стороны прямоугольного треугольника или же решение в целых числах неопределенного уравнения: $x^2+y^2=z^2$. Это решение приписывалось Пифагору, а для получения решения, приписываемого Платону, надо принять ширину гномона за 2.

Если придать гномону произвольную ширину, то можно получить самое общее решение этого уравнения в целых числах. С этой целью Эвклид в первой лемме к теореме 28 второй книги пользуется преобразованием, соответствующим на нашем теперешнем алгебраическом языке, примерно, введению новых неизвестных $z+x=u$, $z-x=v$ (т. е. ширина гномона равна v); uv должно равняться тогда некоторому квадрату y^2. Эвклид в этом